

PEMODELAN KOMPUTASI DENGAN METODE RUNGE KUTTA ORDE 4 UNTUK MENGHITUNG PROSES PENGISIAN DAN PENGOSONGAN KAPASITOR

Khairiah

Universitas Muslim Nusantara Al-Washliyah
E-mail: khairiahlubis10@gmail.com

Abstrak

Pemodelan komputasi dengan metode Runge Kutta Orde 4 pada artikel ini digunakan untuk menghitung proses keluar masuk muatan pada kapasitor melalui pengisian dan pengosongan yang merupakan fungsi dari eksponensial. Pengisian kapasitor dilakukan dengan cara menghubungkan kapasitor pada sebuah sumber tegangan (baterai) melalui suatu hambatan dalam waktu tertentu. Proses pengosongan kapasitor dapat terjadi apabila kedua kakinya terhubung, baik melalui hambatan maupun tidak. Proses pengosongan akan semakin cepat apabila kedua kakinya dihubungkan secara langsung. Dari hasil simulasi menunjukkan hubungan dari variabel yang terkait (E , C , R) akan berpengaruh terhadap waktu proses pengisian dan pengosongan kapasitor.

Kata Kunci: *Pemodelan, Komputasi, Pengisian, Pengosongan, Runge Kutta Orde 4*

Abstract

The computational modeling with Runge-Kutta Orde 4 methods in this article were used to calculate the process out coming and incoming charge on the capacitor through the charging and discharging was a function of exponential. The charging the capacitor was done by connecting the capacitor to a voltage source (battery) through an obstacle within a certain time. The process of discharging the capacitor can occur if both legs are connected, either through the barriers or not. The discharging process will be faster if both legs are connected directly. From the simulation results show the relationship of related variables (E , C , and R) will effect on the time of charging and discharging the capacitor.

Keywords: *Modelling, Computation, Charging, Discharging, Runge Kutta Orde 4*

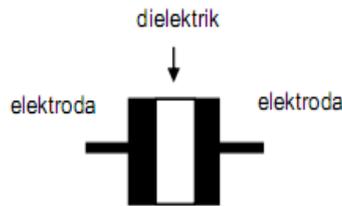
1. PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang Masalah

Pemodelan komputasi dengan metode Runge Kutta Orde 4 digunakan untuk memodelkan dan membuktikan bahwa pengisian dan pengosongan kapasitor merupakan fungsi dari eksponen terhadap waktu serta menguji keakuratannya. Kapasitor merupakan salah satu komponen elektronika yang berfungsi sebagai penyimpan cadangan energi ketika suatu rangkaian elektronika terputus secara tiba-tiba. Hal ini karena adanya arus transien

(sementara) pada kapasitor. Kapasitor (Kondensator) yang dalam rangkaian elektronika dilambangkan dengan huruf "C" adalah suatu alat yang dapat menyimpan energi/muatan listrik di dalam medan listrik. Dengan cara mengumpulkan ketidakseimbangan internal dari muatan listrik. Kapasitor ditemukan oleh Michael Faraday (1791-1867). Struktur sebuah kapasitor terbuat dari 2 buah plat metal yang dipisahkan oleh suatu bahan dielektrik. Bahan-bahan dielektrik yang umum dikenal

misalnya udara vakum, keramik, gelas dan lain-lain.



Gambar 1.1. Antar Muka Kapasitor

Jika muatan di lempeng/pelat/keping adalah +Q dan -Q, dan V adalah tegangan listrik antar lempeng/pelat/keping, maka rumus kapasitansi adalah :

$$C = \frac{Q}{V} = \epsilon_o \frac{A}{d}$$

dengan :

C = Kapasitansi (Farad)

Q = Jumlah muatan (Coulomb)

V = Tegangan (Volt)

A = Luas penampang (m²)

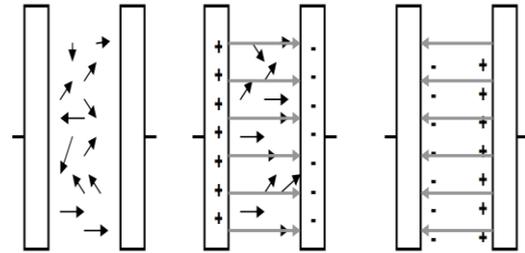
d = Jarak antar plat (m)
= permitivitas ruang hampa
(8,85 x 10⁻¹² F/m)

Kapasitansi C adalah seberapa banyak sebuah kapasitor dapat menampung/diisi oleh muatan.

Beberapa fungsi kapasitor dalam rangkaian elektronika

- Kapasitor sebagai penstabil tegangan
- Kapasitor sebagai penunda waktu sebuah proses
- Kapasitor sebagai peredam kejutan listrik

Pengisian kapasitor dilakukan dengan cara menghubungkan kapasitor pada sebuah sumber tegangan (baterai) melalui suatu hambatan dalam waktu tertentu.

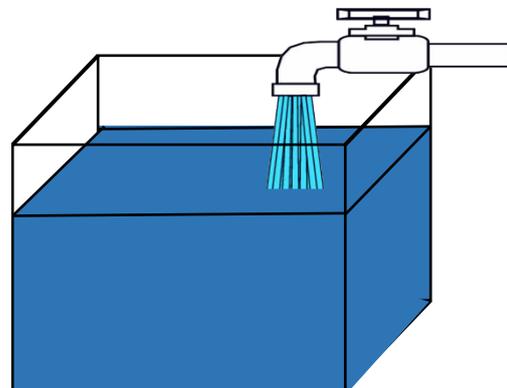


Sebelum adanya muatan pada kedua pelat, bahan dielektrik memiliki dipole acak sehingga bersifat isolator

Setelah pelat bermuatan yg menghasilkan medan listrik ke arah kanan, muatan pada dielektrik terpolarisasi oleh medan listrik. Muatan positif perlahan-lahan menuju pelat negatif, dan muatan negatif ke pelat positif

Akibatnya terdapat medan listrik baru pada dielektrik yang melawan medan listrik semula yang saling menghilangkan, sehingga medan listrik total menjadi nol, dan arus berhenti mengalir

Gambar 1.2. Proses yang terjadi pada kapasitor saat diberikan beda potensial Analogi proses pengisian dan pengosongan dapat dilihat seperti gambar di bawah ini



Gambar 1.3. Analogi pengosongan dan pengisian kapasitor

Berdasarkan Hukum Kirchoff II dapat diturunkan sebagai berikut

$$E - IR - V_C = 0 \quad ; \quad V = \frac{Q}{C}$$

$$E - IR - \frac{Q}{C} = 0 \quad ; \quad I = \frac{dQ}{dt}$$

$$E - \frac{dQ}{dt} R - \frac{Q}{C} = 0 \quad ; \quad \times \frac{1}{R}$$

$$\frac{E}{R} - \frac{dQ}{dt} - \frac{Q}{RC} = 0$$

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{E}{R} - \frac{Q}{RC}$$

Memiliki solusi eksak :

$$Q = CE \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

$$V_C(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

Kapasitor yang sudah terisi dirangkai seperti gambar. Kemudian saklar ditutup, maka akan terjadi proses pengosongan muatan. Proses pengosongan kapasitor dapat terjadi apabila kedua kakinya terhubung, baik melalui hambatan maupun tidak. Proses pengosongan akan semakin cepat apabila kedua kakinya dihubungkan secara langsung.

$$I_o = \frac{V_o}{R} \quad I_o = \frac{Q_o}{RC}$$

$$-V_{\text{kapasitor}} = I \cdot R$$

$$Q = CE \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

Memiliki solusi eksak :

$$Q = Q_o e^{-\frac{t}{RC}} \quad V_C(t) = V_{Co} e^{-\frac{t}{RC}}$$

Metode Runge Kutta Orde 4

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)h$$

$$k_1 = f(x_i, y_i)$$

$$k_2 = f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_1h\right)$$

$$k_3 = f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_2h\right)$$

$$k_4 = f(x_i + h, y_i + k_3h)$$

2. METODE

Pengisian Kapasitor

$$C = \frac{Q}{V} = \epsilon_o \frac{A}{d}$$

dengan kondisi awal ($t = 0$) $\rightarrow Q = 0$

Dimisalkan :

$$A = \frac{E}{R} \text{ dan } B = \frac{1}{RC}$$

$$f(Q_i) = A - BQ_i$$

$$k_1 = f(Q_i) = A - BQ_i$$

$$k_2 = f\left(Q_i + \frac{k_1}{2}\right) = A - B\left(Q_i + \frac{k_1}{2}\right)$$

$$k_3 = f\left(Q_i + \frac{k_2}{2}\right) = A - B\left(Q_i + \frac{k_2}{2}\right)$$

$$k_4 = f(Q_i + k_3) = A - B(Q_i + k_3)$$

$$Q_{i+1} = Q_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)h$$

$$V_{i+1} = \frac{Q_{i+1}}{C}$$

Pengosongan Kapasitor

$$V_C = E \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

dengan kondisi awal ($t = 0$) $\rightarrow Q = Q_C$
(pada proses pengisian)

Dimisalkan :

$$A = \frac{E}{R} \text{ dan } B = \frac{1}{RC}$$

$$f(Q_i) = -BQ_i$$

$$k_1 = f(Q_i) = -BQ_i$$

$$k_2 = f\left(Q_i + \frac{k_1}{2}\right) = -B\left(Q_i + \frac{k_1}{2}\right)$$

$$k_3 = f\left(Q_i + \frac{k_2}{2}\right) = -B\left(Q_i + \frac{k_2}{2}\right)$$

$$k_4 = f(Q_i + k_3) = -B(Q_i + k_3)$$

$$Q_{i+1} = Q_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)h$$

$$V_{i+1} = \frac{Q_{i+1}}{C}$$

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Program yang digunakan adalah Borland Delphi Versi 7 dan Microsoft Excel

Telah dilakukan perhitungan dengan nilai-nilai variabel seperti berikut :

No	Variabel yang dirubah	E (Volt)	C (F)	R (Ohm)	h
1	E	12	5×10^{-6}	5×10^5	0,1
2		24			
3	C	12	5×10^{-6}	5×10^5	0,1
4			20×10^{-6}		
5	R	12	5×10^{-6}	5×10^5	0,1
6				8×10^5	
7	h	12	5×10^{-6}	5×10^5	0,05
8					0,1

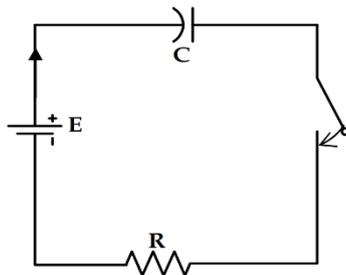
Simulasi 1

❖ $E = 12 \text{ V} ; ; R = 5 \times 10^5 \text{ ohm} ;$
 $h = 0,1$

Tabel 1a Hasil perhitungan pada proses pengisian

t	k1	k2	k3	k4	Vt	Veksak	Error
0	2,40000E-06	2,35200E-06	2,35296E-06	2,30588E-06	0,000	0,000	0,000
1	1,60877E-06	1,57659E-06	1,57724E-06	1,54568E-06	3,956	3,956	0,000
2	1,07839E-06	1,05682E-06	1,05725E-06	1,03610E-06	6,608	6,608	0,000
3	7,22866E-07	7,08409E-07	7,08698E-07	6,94518E-07	8,386	8,386	0,000
4	4,84552E-07	4,74861E-07	4,75054E-07	4,65549E-07	9,577	9,577	0,000
5	3,24805E-07	3,18309E-07	3,18439E-07	3,12067E-07	10,376	10,376	0,000

Pengisian kapasitor dilakukan dengan cara menghubungkan kapasitor pada sebuah sumber tegangan (baterai) melalui suatu hambatan dalam waktu tertentu. Terlihat pada gambar ilustrasi dibawah ini

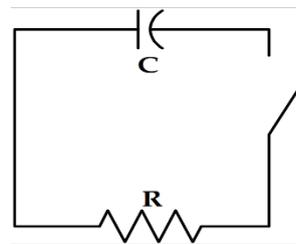


Terlihat data yang dihasilkan pada tabel 1a untuk t dari 0 - 5 sekon perlakuan pengisian kapasitor di dapat hasil yang cukup signifikan dengan kenaikan dari 0 – 10.376 V artinya kapasitor terisi penuh/ maksimal dengan kapasitas $C = 5 \times 10^{-6} \text{F}$.

Tabel 2a Hasil perhitungan pada proses pengosongan

t	k1	k2	k3	k4	Vt	Veksak	Error
0	-2,3880E-05	-1,9104E-05	-2,0059E-05	-1,5856E-05	11,940	11,940	0,000
1	-1,7080E-05	-1,3664E-05	-1,4347E-05	-1,1341E-05	8,540	8,004	0,536
2	-1,2216E-05	-9,7727E-06	-1,0261E-05	-8,1114E-06	6,108	5,365	0,743
3	-8,7372E-06	-6,9897E-06	-7,3392E-06	-5,8015E-06	4,369	3,596	0,772
4	-6,2491E-06	-4,9993E-06	-5,2492E-06	-4,1494E-06	3,125	2,411	0,714
5	-4,4695E-06	-3,5756E-06	-3,7544E-06	-2,9678E-06	2,235	1,616	0,619

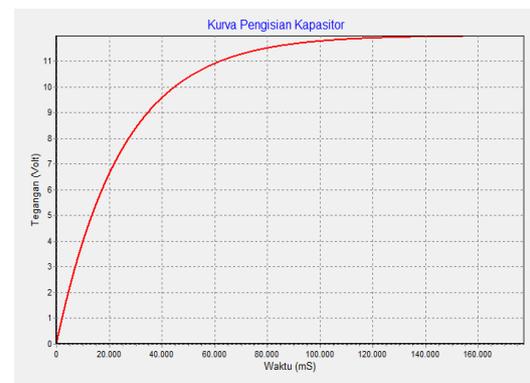
Kapasitor yang sudah terisi. Kemudian saklar ditutup, maka akan terjadi proses pengosongan muatan. Proses pengosongan kapasitor dapat terjadi apabila kedua kakinya terhubung, baik melalui hambatan maupun tidak. Proses pengosongan akan semakin cepat apabila kedua kakinya dihubungkan secara langsung. Terlihat seperti ilustrasi dibawah ini.



Dari tabel 2a terlihat pula perhitungan proses pengosongan muatan pada kapasitor dengan kapasitas $C = 5 \times 10^{-6} \text{F}$. Pengosongan dimulai dari 11.94 V – 2.235 V pada waktu 0- 5 sekon. Pengosongan terlihat dari berkurangnya tegangan dari setiap waktu.

Tampilan Program 1

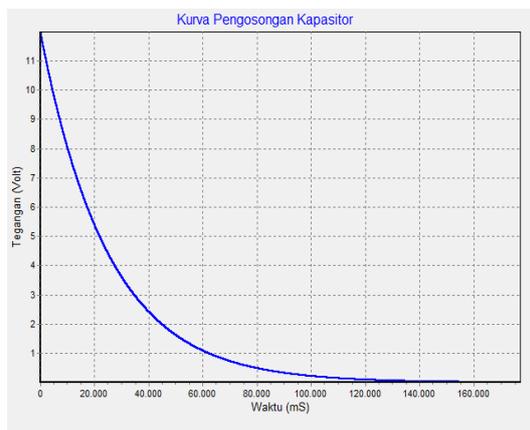
Grafik 1a Hasil perhitungan pada proses pengisian



Terlihat dari tampilan program untuk grafik 1a bahwa teori yang digunakan

pada metode simulasi dengan runge kutta orde 4 adalah benar bahwa pengisian kapasitor terjadi bergantung pada kontinuitas waktu maka kapasitor akan terisi penuh dan maksimal. Hal ini dapat dilihat dari tampilan tersebut dimana tegangan semakin besar saat waktu bertambah pula.

Grafik 2a Hasil perhitungan pada proses pengosongan



Berbeda dengan pengisian. Pengosongan yang terlihat dari grafik diatas dimana pengosongan terjadi seiring bertambahnya waktu. Artinya tegangan berkurang bergantung waktu semakin lama. Berkebalikan dengan proses pengisian pada grafik 1a.

Data Simulasi 2

❖ $E = 12 \text{ V}$; $C = 20 \times 10^{-6} \text{ F}$; $R = 5 \times 10^5 \text{ ohm}$; $h = 0,1$

Tabel 1b Hasil perhitungan pada proses pengisian

t	k1	k2	k3	k4	Vt	Veksak	Error
0	2,40000E-06	2,38800E-06	2,38806E-06	2,37612E-06	0,000	0,000	0,000
1	2,17161E-06	2,16075E-06	2,16081E-06	2,15000E-06	1,142	1,142	0,000
2	1,96495E-06	1,95513E-06	1,95518E-06	1,94540E-06	2,175	2,175	0,000
3	1,77796E-06	1,76907E-06	1,76912E-06	1,76027E-06	3,110	3,110	0,000
4	1,60877E-06	1,60072E-06	1,60076E-06	1,59276E-06	3,956	3,956	0,000
5	1,45567E-06	1,44840E-06	1,44843E-06	1,44119E-06	4,722	4,722	0,000

Dilakukan perhitungan yang sama dengan kapasitor berbeda nilai muatan yakni diperbesar $C = 20 \times 10^{-6} \text{ F}$ dimana untuk kasus pertama $C = 5 \times 10^{-6} \text{ F}$.

Didapatlah data yang berbeda pula dimana untuk perbandingan pengisian kapasitor pada tabel 1a dan 1b ini adalah dimana pengisian pada $C = 5 \times 10^{-6} \text{ F}$ maksimum $V = 10.376 \text{ V}$ sementara untuk $C = 20 \times 10^{-6} \text{ F}$ di dapat maksimum $V = 4.722 \text{ V}$. Artinya bahwa saat nilai kapasitor semakin besar maka tegangan yang dihasilkan menjadi lebih kecil dibandingkan memakai kapasitor bernilai lebih kecil karna dibutuhkan fungsi ekponensial waktu yang lebih lama lagi untuk mengisi kapasitor tersebut.

Tabel 2b Hasil perhitungan pada proses pengosongan

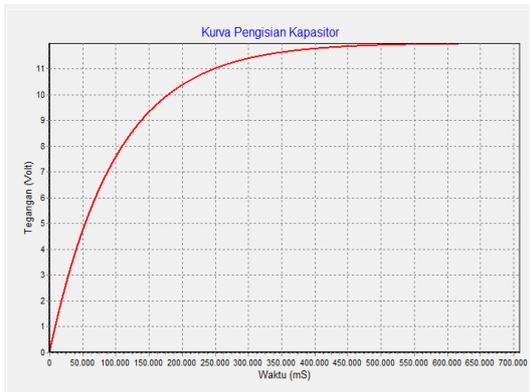
t	k1	k2	k3	k4	Vt	Veksak	Error
0	-2,1119E-05	-2,0063E-05	-2,0116E-05	-1,9108E-05	10,560	10,560	0,000
1	-1,9193E-05	-1,8234E-05	-1,8282E-05	-1,7365E-05	9,597	9,555	0,042
2	-1,7443E-05	-1,6571E-05	-1,6615E-05	-1,5782E-05	8,722	8,645	0,076
3	-1,5853E-05	-1,5060E-05	-1,5100E-05	-1,4343E-05	7,926	7,823	0,104
4	-1,4407E-05	-1,3687E-05	-1,3723E-05	-1,3035E-05	7,203	7,078	0,125
5	-1,3093E-05	-1,2439E-05	-1,2471E-05	-1,1846E-05	6,547	6,405	0,142

Begitu juga dengan pengosongan terlihat dari data diatas didapat nilai tegangan 10.56 V- 6.405 V. Jika dibandingkan dengan pengosongan pada tabel 2a maka terlihat perbedaan yang cukup signifikan dikarenakan dengan nilai kapasitor yang berbeda. Pada tabel 2a pengosongan terjadi 11.94 V – 2.235 V. Terlihat perbedaan dimana untuk $C = 5 \times 10^{-6} \text{ F}$ pengosongannya lebih cepat dibandingka degan $C = 20 \times 10^{-6} \text{ F}$.

Hal ini disebabkan karena kapasitor pada tabel 2b lebih besar dibandingkan pada kapasitor tabel 2b.maka proses pengosongan juga bergantung pada nilai C, semakin besar nilai C maka semakin lama pengosongan kapasitor begitu juga sebaliknya.

Tampilan Program 2

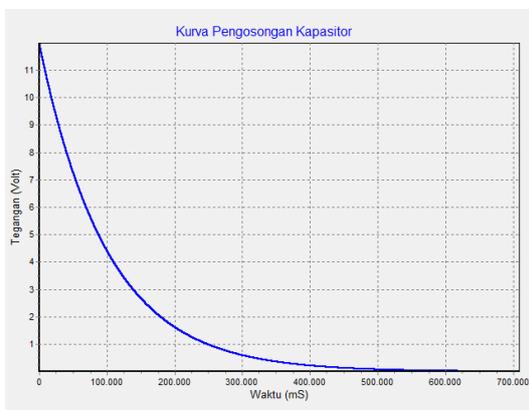
Grafik 1b Hasil perhitungan pada proses pengisian



Untuk grafik tampilan 2b pengisian terlihat sama dengan grafik pengisian 2a. Karena yang terlihat hanyalah pengisian bergantung pada waktu, semakin lama waktu maka semakin besar dan maksimum la tegangan yang terisi pada kapasitor. Tidak terlihat jelas perbedaan nilai kapasitornya.

Namun Data perhitungan telah membuktikan bahwa pengisian kapasitor merupakan fungsi eksponen yang bergantung waktu

Grafik 2b Hasil perhitungan pada proses pengosongan



Begitu juga untuk grafik pengosongan pada tampilan program grafik 2a dan 2b yakni tidak terlihat jelas perbedaannya, namun dari hasil simulai menunjukkan hubungan dari variabel yang terkait (E ,

C , R) akan berpengaruh terhadap waktu proses pengosongan kapasitor.

4. KESIMPULAN

- Data perhitungan telah membuktikan bahwa pengisian dan pengosongan kapasitor merupakan fungsi eksponen yang bergantung waktu
- Dari hasil simulasi menunjukkan hubungan dari variabel yang terkait (E , C , R) akan berpengaruh terhadap waktu proses pengisian dan pengosongan kapasitor
- Secara umum telah diperoleh gambaran hasil perhitungan dengan Metode Runge Kutta yang sesuai dengan hasil teori dan solusi eksak.
- Metode Runge Kutta orde 4 cocok digunakan untuk menyelesaikan kasus pengisian dan pengosongan kapasitor.

DAFTAR PUSTAKA

- Boas, M. L, 1963, *Mathematical Methods in Physical Science*, Second Edition, John & Sons. Inc, USA.
- Jamrud Aminuddin. 2008. *Dasar-dasar Fisika Komputasi Menggunakan Matlab*. Gava Media. Yogyakarta
- Koonin, S.E, 1986, *Computational Physics*, Addison- Wesley Publishing, Inc, Philipines.
- Purcell, E, J. & D, Varberg, 1987. *Kalkulus dan Geometri Analisis Jilid 1 & 2*, Edisi Kelima, Terjemahan I. N Susila, B. Kartasasmita & Rawith, Erlangga Jakarta
- Resnick, H, 1999, *Fisika Jilid I dan 2*, Edisi Ketiga, Terjemahan Psilaban dan E Sucipto, Erlangga, Jakarta.
- S.C Chapra. 2010. *Numerical Method for Engineers*, Sixth Edition.,

- Mc Graw Hill Higher Education
- S. Suparno. 2013. *Komputasi untuk Sains dan Teknik*. Departemen Fisika-FMIPA Universitas Indonesia.
- Smith, G. D,1985, *Numerical Solution of Partial Differential Equation: Finite Differences Methods*, Third Edition, Oxford University Press, New York.
- Wospakrik, H.J, 1993, *Dasar-dasar Matematika untuk Fisika*, Departemen Pendidikan dan Kebudayaan, Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi, Jakarta.
- Young, Freedman. 2012. *Fisika Universitas*, Jilid 2. Jakarta : Erlangga